# حل نموذج بجروت

(802)-381

موعد شتاء 2022

معهد IQ

מתמטיקה, חורף תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2022، رقم 035381 + ملحق

# الأسئلة

في هذا النموذج ستّة أسئلة. لإجابة كاملة عن سؤال تحصل على 25 درجة. يُسمح لك الإجابة بشكل كامل أو جزئيّ، عن عدد أسئلة كما تشاء، لكن مجموع الدرجات التي تستطيع تجميعها في هذا النموذج لن يزيد عن 100.

**اكتب جميع الحسابات والإجابات في نموذج الامتحان.**

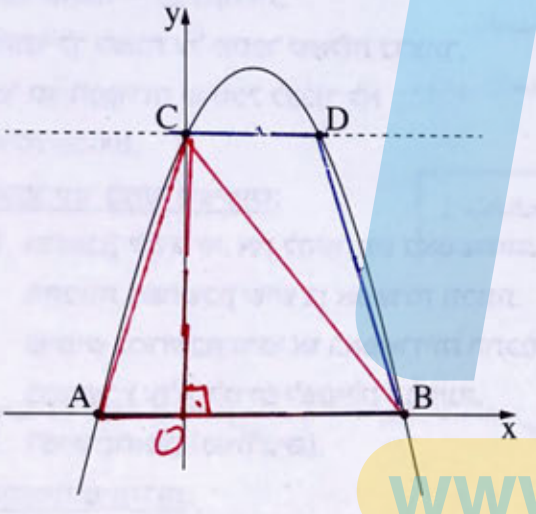
**انتبه! فسّر كلّ خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.**

**عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.**

## الجبر

**1.** معطى القطع المكافئ: $y = -x^2 + 3x + 10$.

النقطتان A وَ B هما نقطتا تقاطع القطع المكافئ مع المحور x، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامك.




أ. جد إحداثيّات النقطتين A وَ B.

الرسم البيانيّ للقطع المكافئ يقطع المحور y في النقطة C.

ب. (1) جد إحداثيّات النقطة C.

(2) احسب مساحة المثلّث ABC.

يمرّرون عبر النقطة C مستقيمًا يوازي المحور x.

هذا المستقيم يقطع القطع المكافئ في نقطة إضافيّة، D،

كما هو موصوف في الرسم.

جـ. (1) جد إحداثيّات النقطة D.

(2) احسب مساحة شبه المنحرف ACDB.

www.IQsmart.co.il

أ. A و B تقعان على المحور x وذلك الأجزاء y تساوي 0

أي تتحقق: $-x^2+3x+10=0$

وهذه معادلة تربيعية نعلمها من الدستور:

$a=-1, b=3, c=10$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-3\pm\sqrt{(3)^2-4(-1)\cdot 10}}{2(-1)}=\frac{-3\pm\sqrt{9+40}}{-2}$$

$$\Rightarrow x_{1,2}=\frac{-3\pm\sqrt{49}}{-2}=\frac{-3\pm 7}{-2}$$

$x_1=\frac{-3+7}{-2}=\frac{4}{-2}=-2$ $\quad x_2=\frac{-3-7}{-2}=\frac{-10}{-2}=5$

$A(-2,0)$ $\quad B(5,0)$ $\Leftarrow$ $x_1=-2$ $\quad x_2=5$

/ يتبع في صفحة 5

ب. 1

C هي نقطة القطع الكائنة مع y ⇐ $x=0$

$y=-0^2+3\cdot 0+10=10 \Rightarrow C:(0,10)$

ب. 2

$OC=10$

$AB=5-(-2)=7$

مساحة المثلث ABC $= S_{\triangle ABC} = \frac{AB\cdot BC}{2}$

$S=\frac{7\cdot 10}{2}=35$

ب. 1 (1 ن.)

CD يوازي المحور x وهذا معناه أن للنقطة C والنقطة D يوجد نفس الإحداثي y أي $D(x_D,10)$ نعوض 10 مكان y في معادلة القطع الكائنة.

$y=-x^2+3x+10=10 \Rightarrow -x^2+3x=10-10$

$-x^2+3x=0 \Rightarrow x(-x+3)=0$

$x=0$ أو $-x+3=0$

$x=3$

وبما أن الإحداثي x للنقطة D موجب إذًا $D(3,10)$

ب. 2

مساحة شبه المنحرف ABCD $= \frac{(AB+CD)\cdot OC}{2}$

$AB=7$

$OC=10$

$CD=3-0=3$

$=\frac{(7+3)}{2}\cdot 10=\frac{100}{2}=50$

مساحة شبه المنحرف ABCD = 50

/يتبع في صفحة 6



www.IQsmart.co.il

2. يُنتج أحد المصانع قِطَع غيار للسيّارات.
في الشهر الأوّل من سنة 2020 أنتج المصنع 1,500 قطعة.
في كلّ شهر بعد ذلك، أنتج المصنع عدد قِطَع أكبر بـ 130 من الشهر الذي قبله.

أ. كم قطعة أنتج المصنع في الشهر الـ 12 في سنة 2020؟

ب. ما هو العدد الكلّيّ للقِطَع التي أنتجها المصنع في جميع الأشهر الـ 12 في سنة 2020؟

في سنة 2020 ربح المصنع من كلّ قطعة 960 شيكلاً.

ج. ما هو المبلغ الكلّيّ بالشواكل الذي ربحه المصنع في سنة 2020؟

$d=130$ $a_1=1500$

أ. السؤال عبارة عن متوالية حسابية فيها
نحتاج الحد العام للمتوالية الحسابية $a_n=a_1+(n-1)d$
عدد القطع التي انتجها المصنع في الشهر 12 من سنة 2020 هو $a_{12}$:

$$a_{12}=a_1+[12-1)\cdot d \Rightarrow a_{12}=1500+\underbrace{11\cdot 130}_{1430}=2930$$

عدد القطع في الشهر 12 = $a_{12}=\boxed{2930}$ قطعة

ب. عدد القطع الكلي هو مجموع ما انتجه المصنع خلال 12 شهر أي $S_{12}$، نجده بحسب مجموع المتوالية

$$\hookrightarrow S_n=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]=\frac{12}{2}[2\cdot 1500+(12-1)\cdot 130]$$

$$S_{12}=6\cdot[3000+11\cdot 130]=6\cdot[\underbrace{3000+1430}_{4430}]=\boxed{26580}$$ قطعة

عدد القطع للقطعة الواحدة = الربح قبل الربح الكلي

/يتبع في صفحة 7

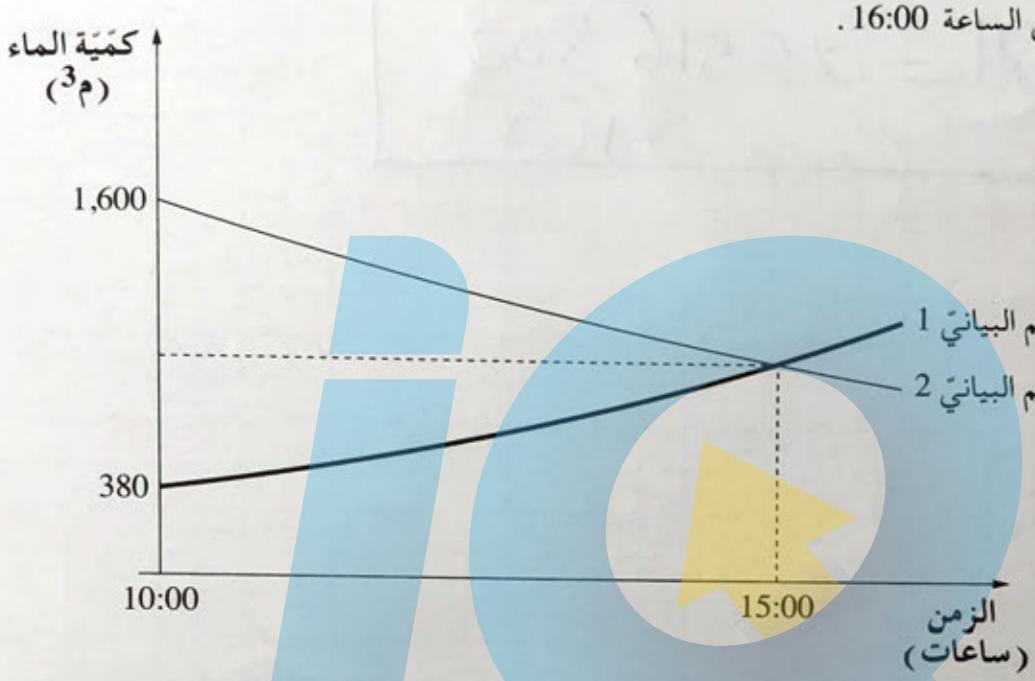
مَبلغ الربح الكلي = 960.26580

[ الربح الكلي = 25516800 شيكل ]

www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 8/

3. توجد في كيبوتس بِرْكتان للسباحة: بركة للكبار وبركة للصغار.
في أحد الأيّام، قرّروا إفراغ بركة الكبار وملء بركة الصغار.
أمامك الرسم البيانيّ 1 والرسم البيانيّ 2: كلّ واحد منهما يصف كمّيّة الماء التي كانت في إحدى البِرْكتين من الساعة 10:00 وحتّى الساعة 16:00.




صغار ← الرسم البيانيّ 1
كبار ← الرسم البيانيّ 2

أ. حدِّد أيّ رسم بيانيّ يصف كمّيّة الماء في بركة الكبار، وأيّ رسم بيانيّ يصف كمّيّة الماء في بركة الصغار.

ب. كم كانت كمّيّة الماء في كلّ واحدة من البِرْكتين في الساعة 10:00؟

كمّيّة الماء في بركة الكبار قلّت بصورة أسّيّة. في كلّ ساعة قلّت كمّيّة الماء بـ 10%.

ج. احسب كم كانت كمّيّة الماء في بركة الكبار في الساعة 15:00.

معطى أنّ: كمّيّة الماء في البِرْكتين في الساعة 15:00 كانت متساوية.
كمّيّة الماء في بركة الصغار ازدادت بصورة أسّيّة.

د. جد بِكَم ضعفًا ازدادت كمّيّة الماء في بركة الصغار في كلّ ساعة.

ب. عملية تفريغ البركة من الماء ستجعل الماء تقل كلما تقدمنا في الوقت، ولذلك رسم 2 يعبر عن وضع تقل فيه المياه وبالتالي يلائم بركة الكبار ورسم 1 بركة الصغار

إذًا: رسم 1 - بركة الصغار ورسم 2 - بركة الكبار

/يتبع في صفحة 9/



www.IQsmart.co.il

ب. في بركة الصغار - رسم 1 - كان في البركة 380 م³
في بركة الكبار - رسم 2 - كان في البركة 1600 م³

أ. الساعة 15:00 أي بعد مرور 5 ساعات من بدء الفرض

بركة الكبار:

$M_5 = M_0 \cdot q^5$

$p = 0.1 \Leftarrow 10\%$ تفريغ كل ساعة، $M_0 = 1600$ بحسب المعطى

لذلك $q = 1 - p = 1 - 0.1 = 0.9$ $\Leftarrow$ $\boxed{q = 0.9}$

$M_5 = 1600 \cdot (0.9)^5 = 944.784$

$\boxed{944.784 \text{ م}^3}$ أي أنه في الساعة 15:00 كان في بركة الكبار حاء.

ب. بحسب المعطى كمية الماء الساعة 15 كانت مساوية لكمية الماء في بركة الصغار كان 944.784 وبحسب الرسم كانت كمية الماء في الساعة 10 380 لذلك يتحقق:

$N_5 = 380 \cdot (q_N)^5 = 944.784 \Rightarrow (q_N)^5 = \frac{944.784}{380}$

$\Rightarrow q_N^5 = 2.48627 \Rightarrow q_N = \sqrt[5]{2.48627} = 1.2$

إذن: $\boxed{q_N = 1.2}$ أي أن كمية الماء في بركة الصغار كانت تزداد كل ساعة بـ 1.2 ضعف

/ يتبع في صفحة 10 /

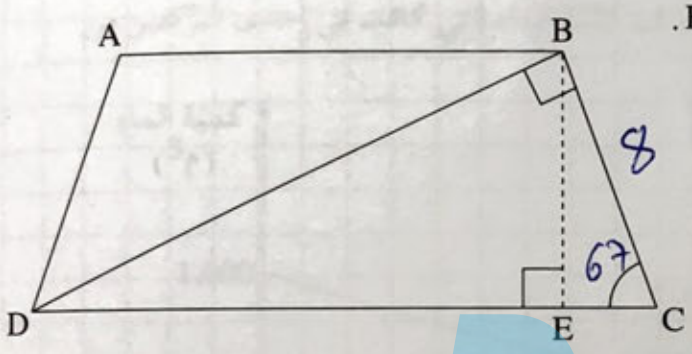
## حساب المثلّثات

**4.** الرسم الذي أمامك يصف شبه منحرف متساوي الساقين $(AB \parallel CD)$ $ABCD$.

قطر شبه المنحرف، $BD$، يُكوّن زاوية قائمة مع الساق $BC$.

معطى أنّ: طول ساق شبه المنحرف، $BC$، هو 8 سم.

$\sphericalangle BCD = 67^\circ$.




**أ.** جد طول $DC$، القاعدة الكبرى لشبه المنحرف.

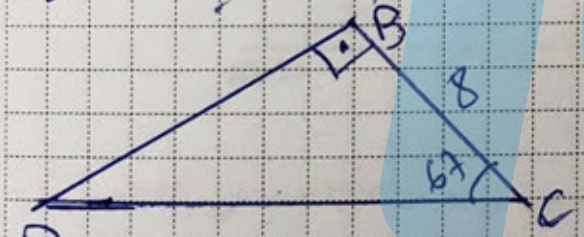
**ب.** $BE$ هو ارتفاع لشبه المنحرف.

**(1)** جد طول القطعة $EC$.

**(2)** جد طول $AB$، القاعدة الصغرى لشبه المنحرف.

**جـ.** جد محيط المثلّث $ABD$.

أ. الضلع DC هو الوتر في المثلث القائم الزاوية DBC




ويتحقق:

$\cos 67 = \frac{BC}{DC} = \frac{8}{DC}$

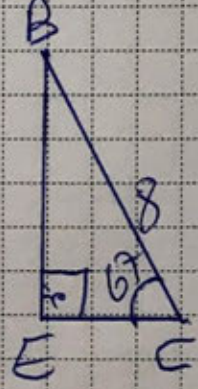
$0.3907 = \frac{8}{DC} \Rightarrow 0.3907 \cdot DC = 8$

$DC = \frac{8}{0.3907} = 20.474$

$DC = 20.474$

ب. 1. في المثلث BEC يتحقق:

(EC ضلع مجاور للزاوية 67 وتر BC)



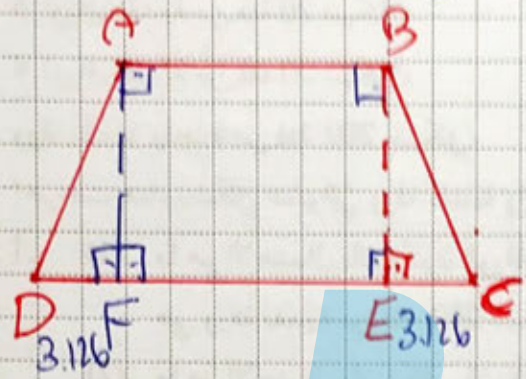

$\cos 67 = \frac{EC}{8} \Rightarrow 8 \cdot \cos 67 = EC$

$3.126 = EC$

www.lesmart.co.il

/يتبع في صفحة 11/

ب-2 نرسم الارتفاع AF في شبه المنحرف




بما أن شبه المنحرف ABCD متساوي الساقين إذن

يتبع أن DF=EC

و ABEF مستطيل

أي FE=AB

بما أن DF=EC إذن DF=EC=3.126

FE=DC-DF-EC=20.474-3.126-3.126=14.222

إذن AB=FE=14.222

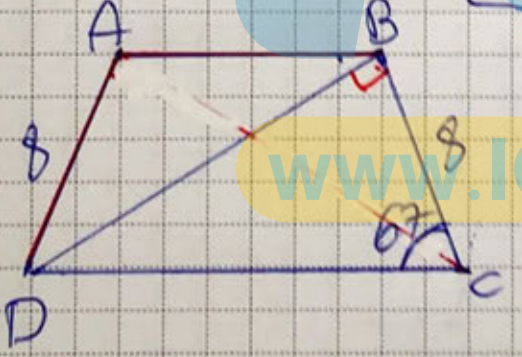
AB=14.222

ج. محيط المثلث ABD

AB+AD+BD

AD=BC=8

AB=14.222




نجد طول BD: في المثلث BCD يتحقق:

$tg67=\frac{BD}{BC}=\frac{BD}{8} \Rightarrow tg67=\frac{BD}{8} \Rightarrow 8\cdot tg67=BD$

18.846=BD

$\Delta ABD$ محيط $=AB+AD+BD=14.222+8+18.846=41.068$

41.068 = محيط ΔABD

/يتبع في صفحة 12/

מתמטיקה, חורף תשפ"ב, מס' 035381 + נספח
الرياضيّات، شتاء 2022، رقم 035381 + ملحق

## الاحتمال والإحصاء

5. بحوزة هناء 10 أوراق نقديّة في محفظتها:
5 أوراق نقديّة من فئة 20 شيكلاً،
4 أوراق نقديّة من فئة 50 شيكلاً،
ورقة نقديّة واحدة من فئة 200 شيكل.

أخرجت هناء بشكل عشوائيّ ورقة نقديّة واحدة من المحفظة.

أ. (1) ما هو الاحتمال بأن تكون الورقة النقديّة التي أخرجتها هناء هي ورقة نقديّة من فئة 200 شيكل؟

(2) ما هو الاحتمال بأن تكفي الورقة النقديّة التي أخرجتها هناء للدفع مقابل علبة شوكولاطة ثمنها 45 شيكلاً؟

هناء لم تَشْتَرِ شيئًا بالورقة النقديّة التي أخرجتها، وإنّما أعادتها إلى المحفظة.
بعد ذلك، دخلت هناء إلى محلّ للملابس، وقرّرت أن تشتري معطفًا ثمنه 250 شيكلاً.
عندما وقفت هناء بالقرب من الصندوق للدفع، أخرجت بشكل عشوائيّ ورقة نقديّة من المحفظة وبعدها أخرجت بشكل عشوائيّ ورقة نقديّة أخرى (إخراج بدون إعادة).

ب. ما هو الاحتمال بأنّ الورقتين النقديّتين اللتين أخرجتهما هناء كانتا كافيتين معًا للدفع مقابل المعطف؟

(1أ) عدد الأوراق الكلي هو 10.
عدد أوراق فئة 200 هو 1

$$P(\text{إخراج ورقة فئة 200}) = \frac{1}{10}$$

(2أ) لكي تستطيع أن تدفع مقابل علبة شوكولاطة التي ثمنها 45 شيكل يجب أن تسحب ورقة من فئة 50 او 200
عدد أوراق الـ 50 هو 4 وعدد الـ 200 هو 1
أي بالمجموع يوجد 5 ورقات التي اذا سحبت واحدة منها ستكفي لشراء علبة الشوكولاطة

$$P(\text{شراء علبة شوكولاطة}) = \frac{5}{10} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

/يتبع في صفحة 13/

ب- عناء تستطيع أن تشتري العطف بواسطة اعرض ورقتين فقط في حال كانت احدى الورقات 20 والاخرى 50 (دون أهمية لترتيب اعراض الورقات) اي انه:-

I امكانية ← 50 والثانية 20

او

II امكانية ← 20 والثانية 50

ويجب أن ننتبه إلى أنه لا تُعيد الورقة للصفقة لذلك ← عدد الورقات بالصفقة في المرة الثانية هو 9

$$P(\text{امكانية I}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{90}$$

(1 ورقة من 20) (4 ورقات من 50)

$$P(\text{امكانية II}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{90}$$

(4 ورقات من 50) (1 ورقة من 200)

$$P(\text{يكفي لشراء العطف}) = P(\text{امكانية I}) + P(\text{امكانية II})$$

$$P(\text{يكفي لشراء العطف}) = \frac{4}{90} + \frac{4}{90} = \boxed{\frac{8}{90}} = \boxed{\frac{4}{45}}$$

www.IQsmart.co.il

/يتبع في صفحة 14/

6. علامات طلّاب امتُحنوا في امتحان قطريّ تتوزّع طبيعيًّا، والانحراف المعياريّ هو 8.
31% من العلامات هي أعلى من 72.

أ. جد معدّل العلامات.

يختارون بشكل عشوائيّ علامة أحد الطلّاب الذين امتُحنوا.

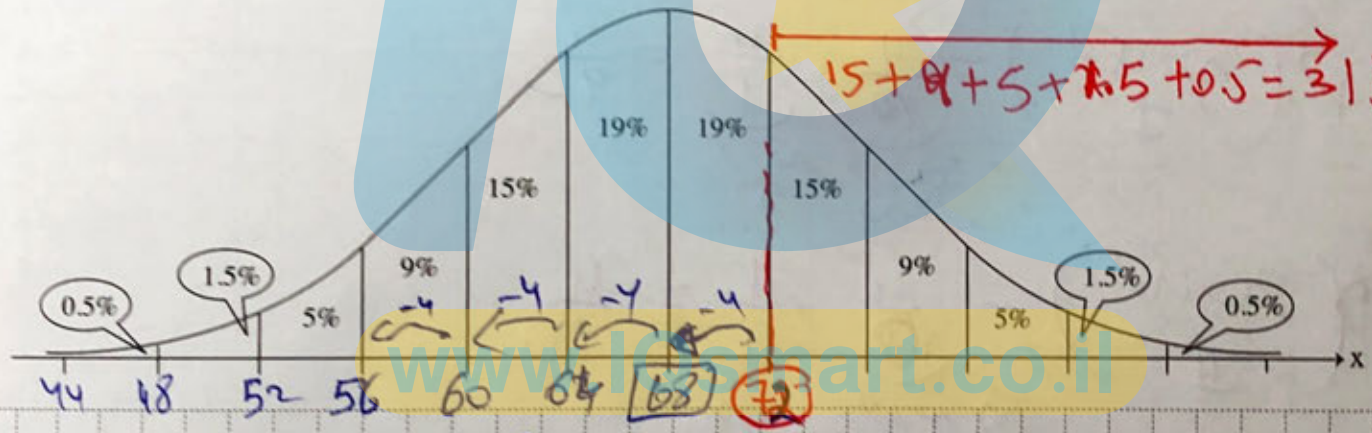
ب. ما هو الاحتمال بأن تكون العلامة التي اختيرت بين 60 و 72؟

عدد الطلّاب الذين حصلوا في الامتحان القطريّ على علامة بين 60 و 72 كان 66,250.

ج. حسب الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ، ما هو عدد الطلّاب الكلّيّ الذين امتُحنوا في الامتحان القطريّ؟

د. تُقرّر أنّه يجب على 7% من الطلّاب، هؤلاء الذين حصلوا على أقلّ علامات في الامتحان القطريّ، أن يشاركوا في دروس تقوية في المدرسة.
هل يجب على الطالب الذي علامته 57 أن يشارك في دروس التقوية؟ علّل تحديدك.

أمامك الرسم البيانيّ للتوزيع الطبيعيّ من لائحة القوانين. استعمله في حساباتك.




15+9+5+5+0.5=31%

بحسب المعطى 31% من العلامات أعلى من 72.
نعدد العلامة 72 على الرسم بحيث تكون 31% من العلامات أعلى منها (انظر الرسم)
بما أن الانحراف المعياري 8 أي $\sigma=8$ ← $\frac{\sigma}{2}=4$
أي البعد بين كل عمود والذي بعده على الرسم هو 4. نعدد العلامات على الرسم

المعدل = 72 − 4 = 68

/يتبع في صفحة 15

ب. العلامات بين 60 و 72 تشكل نسبة:
$15\% + 19\% + 19\% = 53\% = \boxed{0.53}$

ج. عدد المعطيات عدد الطلاب الذين حصلوا على علامة بين 60 و 72 هو 66250
وبحسب البند (ب) نسبة هذه الطلاب من عدد الطلاب الكلي هي 0.53.
نفرض عدد الطلاب الكلي $x$ إذا يتبع:

$$0.53x = 66250$$
$$x = \frac{66250}{0.53} = 125000$$

أي عدد الطلاب الذين تقدموا للامتحان النظري هو 125000 طالب.

د. بحسب الرسم أقل 7% من العلامات هي العلامات التي أقل من 56 (بما في ذلك 56) وكذلك فإن علامة 57 (أي أكبر من 56) لن تشارك في درس التقوية.

www.IQsmart.co.il

**בהצלחה!**
**نتمنّى لك النّجاح!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.

/تتبع صفحات دفتر إضافيّة/